Klausur
Technische Mechanik 2
TM2 2V SS 2003

Fachbereich V
Prof. Dr.
Werner Diewald

Termin	7.7.2003
Zeit	13:15 - 15:15 Uhr
erlaubte Hilfsmittel	alles außer Kommunikation
maximale Punktzahl	100
für Note 1,0 hinreichende Punktzahl	90
für Note 4,0 hinreichende Punktzahl	40

Bitte beginnen Sie **jede Aufgabe** auf einer **neuen Seite**.
Schreiben Sie auf jedes Blatt, das Sie abgeben, Ihren **Namen und Matrikelnummer**.
Das **Aufgabenblatt** müssen Sie **nicht** mit **abgeben**.
Die **Noten** finden Sie in ca. 1 Woche unter: `www.che.fh-mannheim.de/diewald`

Ich wünsche Ihnen **viel Erfolg** beim Bearbeiten der Klausur !

1. Aufgabe (20 Punkte)

Direkt am Nordpol fährt ein Eskimo mit der erlaubten Höchstgeschwindigkeit von 30 MPH auf seinem Schneemobil. Die Schneeoberfläche entspricht an dieser Stelle der idealen Erdkrümmung.

a) Welche Winkelgeschwindigkeit um den Erdmittelpunkt hat der Eskimo? (6 Punkte)

b) Welche Winkelgeschwindigkeit aufgrund der Erdrotation hat der Eskimo? (4 Punkte)

c) Welchen Beschleunigungen ist der Eskimo mit dem Schneemobil ausgesetzt, und wie groß sind diese? (10 Punkte)

Daten: 1 MPH = 1,6 km/h ("Miles Per Hour")
Erdradius R = 6366 km

2. Aufgabe (20 Punkte)

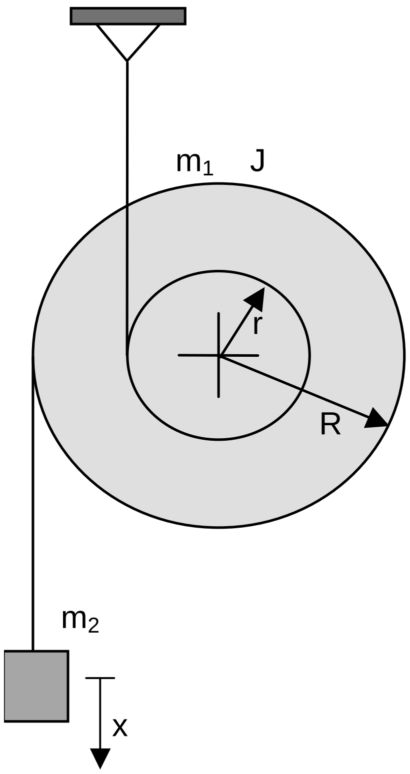
Ein PKW der Masse m_P = 900 kg stößt mit einem Bus der Masse m_B = 4500 kg zusammen. Personen werden bei diesem Unfall keine verletzt. Die Geschwindigkeit des Busses vor dem Zusammenstoß war v_B = 20 km/h . Durch den Zusammenstoß bleiben beide Fahrzeuge ineinander verkeilt stehen v = 0 km/h .

a) Welche Geschwindigkeit v_P hatte der PKW vor dem Zusammenstoß? (8 Punkte)

b) Angenommen der PKW hätte vor dem Zusammenstoß eine Geschwindigkeit von v_{neu} = 70 km/h gehabt. Welche gemeinsame Geschwindigkeit hätte sich dann für die ineinander verkeilten Fahrzeuge nach dem Zusammenstoß ergeben? (8 Punkte)

c) Wie viel Prozent der Ausgangsenergie wäre dann im Fall b) durch den Zusammenstoß verloren gegangen? (4 Punkte)

3. Aufgabe (30 Punkte)



Zwei fest verbundene Rollen mit unterschiedlichen Durchmessern sind an einem masselosen Faden aufgehängt und über einen weiteren Faden mit der Masse m_2 belastet (siehe Skizze).

a) Schneiden Sie die Masse m_2 frei und tragen Sie alle Kräfte an, die darauf wirken. (4 Punkte)

b) Verfahren Sie ebenso mit der Doppelrolle. (8 Punkte)

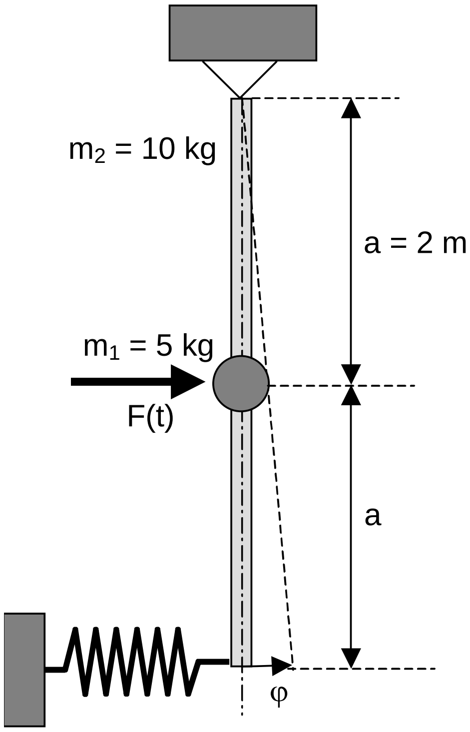
c) Drücken Sie alle Bewegungsgrößen durch die Koordinate x aus. (4 Punkte)

d) Berechnen Sie die Beschleunigung $\ddot{x}$ der Masse m_2. (12 Punkte)

e) Wie groß müsste m_2 sein, damit keine Beschleunigungen auftreten? (2 Punkte)

Daten: m_1 = 5 kg m_2 = 8 kg J = 0,08 kgm²
r = 0,1 m R = 0,2 m ;

4. Aufgabe (30 Punkte)



Ein dünner Stab der Masse m_2 ist gelenkig aufgehängt und stützt sich über eine Feder ab. In der Mitte des Stabes ist die Masse m_1 befestigt. An dieser Punktmasse greift die Kraft F(t) an.

a) Schneiden Sie den Stab mit der Punktmasse frei und tragen Sie alle Kräfte an, die die Schwingbewegung beeinflussen. (8 Punkte)

b) Stellen Sie für kleine Winkel φ die Differentialgleichung der Schwingbewegung auf. (8 Punkte)

c) Wie groß sind die Abklingkonstante α, die Eigenfrequenz ω und die Periodendauer T ? (6 Punkte)

d) Wie lautet die Lösung für die Bewegung $\varphi(t)$ im eingeschwungenen Zustand (partikuläre Lösung) wenn $F(t) = \hat{F} \cdot \sin(\Omega \cdot t)$ mit $\hat{F} = 50$ N und $\Omega = 6$ 1/s ? (8 Punkte)

Lösung

1. Aufgabe

a) $$\omega_1 = \frac{v}{R} = \frac{\frac{30 \cdot 1{,}6}{3{,}6}\,\frac{m}{s}}{6.366.000\ m} = 2{,}1 \cdot 10^{-6}\ \frac{1}{s}$$

b) $$\omega_2 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60\ s} = 7{,}3 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{s}$$

c) $a_F = 0$

$a_{rel} = R \cdot \omega_1^2 = 6.366.000 \cdot (2{,}1 \cdot 10^{-6})^2$ m/s² $= 2{,}8 \cdot 10^{-5}$ m/s² (Richtung Erdmittelpkt.)

$a_{Cor} = 2 \cdot v \cdot \omega_2 = 2 \cdot \frac{30 \cdot 1{,}6}{3{,}6}\ \frac{m}{s} \cdot 7{,}3 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{s} = 1{,}9 \cdot 10^{-3}\ \frac{m}{s^2}$ (Richtung Osten)

2. Aufgabe

a) Impulserhaltung: $m_P \cdot v_P - m_B \cdot v_B = (m_P + m_B) \cdot 0$

$$v_P = \frac{m_B \cdot v_B}{m_P} = \frac{4.500 \cdot 20}{900}\ km/h = 100\ km/h$$

b) $m_P \cdot v_{neu} - m_B \cdot v_B = (m_P + m_B) \cdot v$

$v = \frac{m_P \cdot v_{neu} - m_B \cdot v_B}{m_P + m_B} = \frac{900 \cdot 70 - 4.500 \cdot 20}{900 + 4.500}\ km/h = -5$ km/h ("nach links")

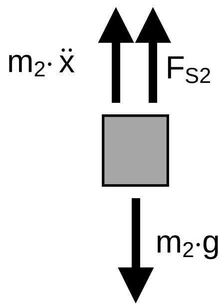
c) $$E_1 = \frac{m_P}{2} \cdot v_{neu}^2 + \frac{m_B}{2} \cdot v_B^2 = 240\ kNm$$

$$E_2 = \frac{(m_P + m_B)}{2} \cdot v^2 = 5{,}2\ kNm$$

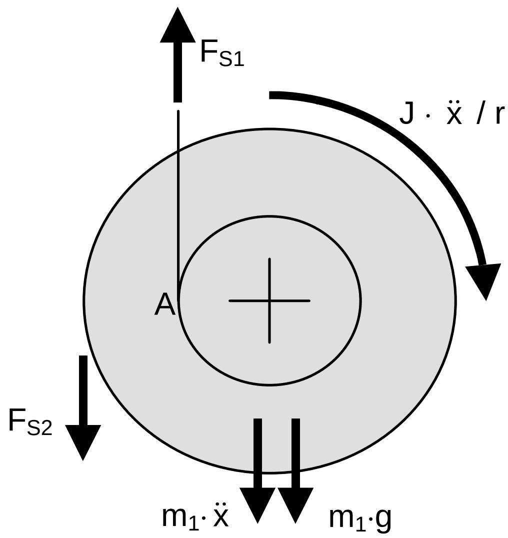
Energieverlust: $\frac{E_1 - E_2}{E_1} = 98\%$

3. Aufgabe

a)



b) + c)



d) A $\quad F_{S2}\cdot(R-r)-J\cdot\dfrac{\ddot{x}}{r}-(m_1\cdot g+m_1\cdot\ddot{x})\cdot r=0$

$$F_{S2}=J\cdot\frac{\ddot{x}}{(R-r)\cdot r}+(m_1\cdot g+m_1\cdot\ddot{x})\cdot\frac{r}{(R-r)}$$

⇧ $\quad m_2\cdot\ddot{x}+F_{S2}-m_2\cdot g=0$

einsetzen:

$$m_2\cdot\ddot{x}+J\cdot\frac{\ddot{x}}{(R-r)\cdot r}+(m_1\cdot g+m_1\cdot\ddot{x})\cdot\frac{r}{(R-r)}-m_2\cdot g=0$$

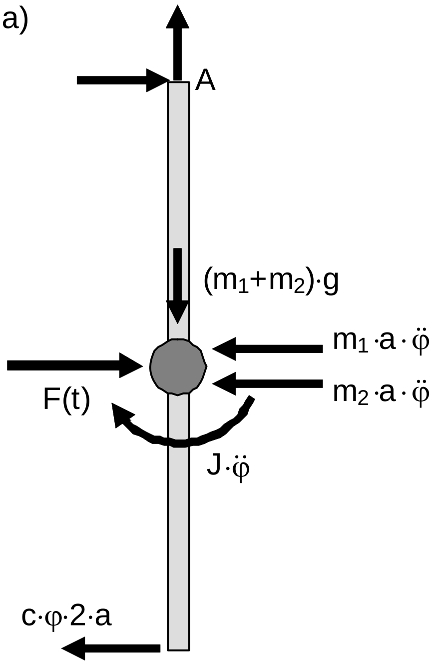
$$m_2\cdot\ddot{x}+J\cdot\frac{\ddot{x}}{(R-r)\cdot r}+m_1\cdot\ddot{x}\cdot\frac{r}{(R-r)}=m_2\cdot g-m_1\cdot g\cdot\frac{r}{(R-r)}$$

$$\ddot{x}=\frac{m_2\cdot g-m_1\cdot g\cdot\dfrac{r}{(R-r)}}{m_2+\dfrac{J}{(R-r)\cdot r}+m_1\cdot\dfrac{r}{(R-r)}}=9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot\frac{8-5\cdot\dfrac{0{,}1}{(0{,}2-0{,}1)}}{8+\dfrac{0{,}08}{(0{,}2-0{,}1)\cdot 0{,}1}+5\cdot\dfrac{0{,}1}{(0{,}2-0{,}1)}}=1{,}4$$
m/s²

e) $\ddot{x}=0 \qquad (R-r)=r \qquad \rightarrow \qquad m_2\cdot g=m_1\cdot g \qquad \rightarrow \qquad m_2=m_1=5\ \text{kg}$

4. Aufgabe

a)



b) A

$$J \cdot \ddot{\varphi} + (m_1 + m_2) \cdot a^2 \cdot \ddot{\varphi} + c \cdot (2 \cdot a)^2 \cdot \varphi$$
$$+ (m_1 + m_2) \cdot g \cdot a \cdot \varphi = F(t) \cdot a$$

$$m^* = J + (m_1 + m_2) \cdot a^2$$

$$m^* = \frac{m_2 \cdot (2 \cdot a)^2}{12} + (m_1 + m_2) \cdot a^2$$

$m^* = 73{,}3$ kgm²

$c^* = c \cdot 4 \cdot a^2 + (m_1+m_2) \cdot g \cdot a = 6.694$ Nm

c) $\alpha = 0$

$$\omega = \sqrt{\frac{c^*}{m^*}} = 9{,}55 \text{ 1/s}$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = 0{,}66 \text{ s}$$

d) $\varphi(t) = \hat{\varphi} \cdot \sin(\Omega \cdot t + \rho)$

$d^* = 0 \rightarrow D = 0 \rightarrow \rho = 0$

$$\hat{\varphi} = \frac{\frac{\hat{F} \cdot a}{c^*}}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2 \cdot D \cdot \eta)^2}}$$

$$\eta = \frac{\Omega}{\omega} = \frac{6}{9{,}34} = 0{,}64$$

$$\hat{\varphi} = \frac{\frac{50 \cdot 2}{6.694}}{1 - 0{,}64^2} = 0{,}025 \text{ rad}$$

$$\varphi(t) = 0{,}025 \cdot \sin\left(6 \cdot \frac{1}{s} \cdot t\right)$$